

ANUALIDADES



Alejandro Vera Trejo

Objetivo

Se explicarán los diferentes tipos de anualidades a partir de su conceptualización para efectuar los cálculos que intervienen en su aplicación.

Se solucionaran situaciones reales a través de casos concretos que conlleven al manejo de las anualidades. Se resolverán ejercicios sobre anualidades vencidas y anticipadas.



¿Qué es una anualidad?



Los términos de **renta**, **pago periódico**, **abono** u otro pueden e ser utilizados para referirse a las anualidades.

El tiempo transcurridos entre dos pagos sucesivos se llama **periodo de pago o periodo de renta**. El periodo de pago puede ser anual, semestral o mensual, etc.

Al tiempo que transcurre entre el inicio del primer periodo de pago y el final del último se llama **plazo de la anualidad**.

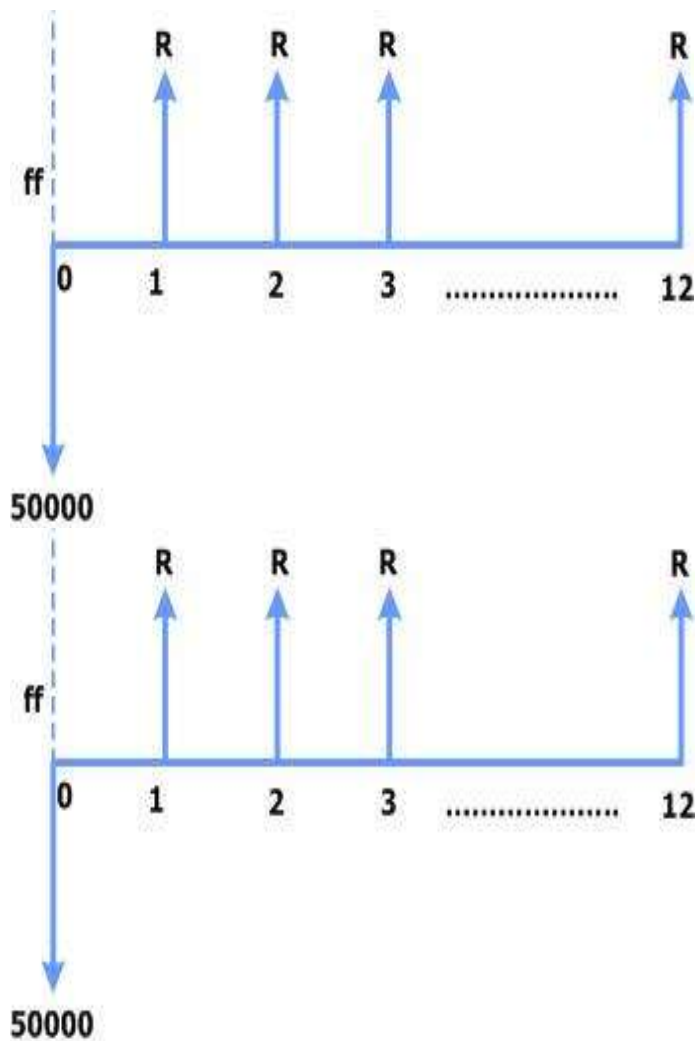
¿Qué tipos de Anualidades existen?



La variación de los elementos que intervienen en las anualidades hacen que existan diferentes tipos. Sin embargo en este capítulo se hará referencia a dos:

1. Anualidades Ordinarias o Vencidas.
2. Anualidades Anticipadas.

¿Qué son las Anualidades Vencidas?



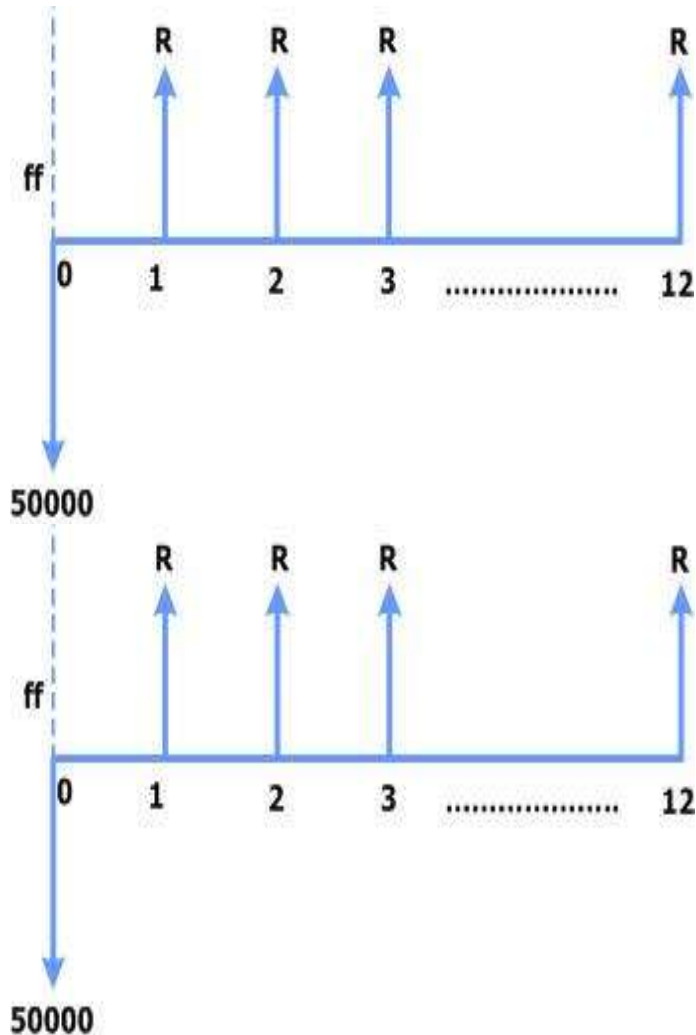
Son aquellas en que los pagos se hacen al final de cada periodo. Ejemplo el pago de salarios a empleados, ya que primero se trabaja y luego se realiza el pago. También se aplican en el otorgamiento de crédito.

El valor futuro M y valor presente C de una anualidad vencida están dadas por:

$$VF = Pago \left(\frac{(1+i)^n - 1}{i} \right)$$

$$VA = Pago \left(\frac{1 - (1+i)^{-n}}{i} \right)$$

¿Qué son las Anualidades Vencidas?



Donde:

VA = Capital o Valor presente.

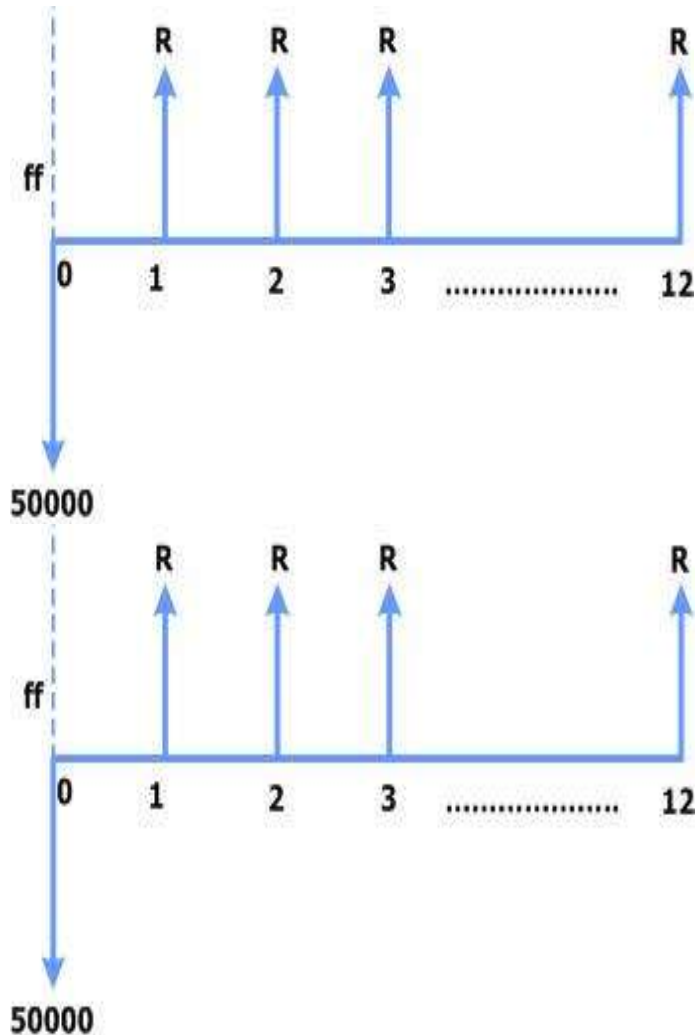
VF = Monto o Valor Futuro.

Pago = Es el pago o renta por periodo.

i = Es la tasa de interés efectiva

n = Es el plazo total o cantidad de periodos. Cada periodo tiene el mismo plazo que el de la tasa efectiva.

¿Qué son las Anualidades Vencidas?



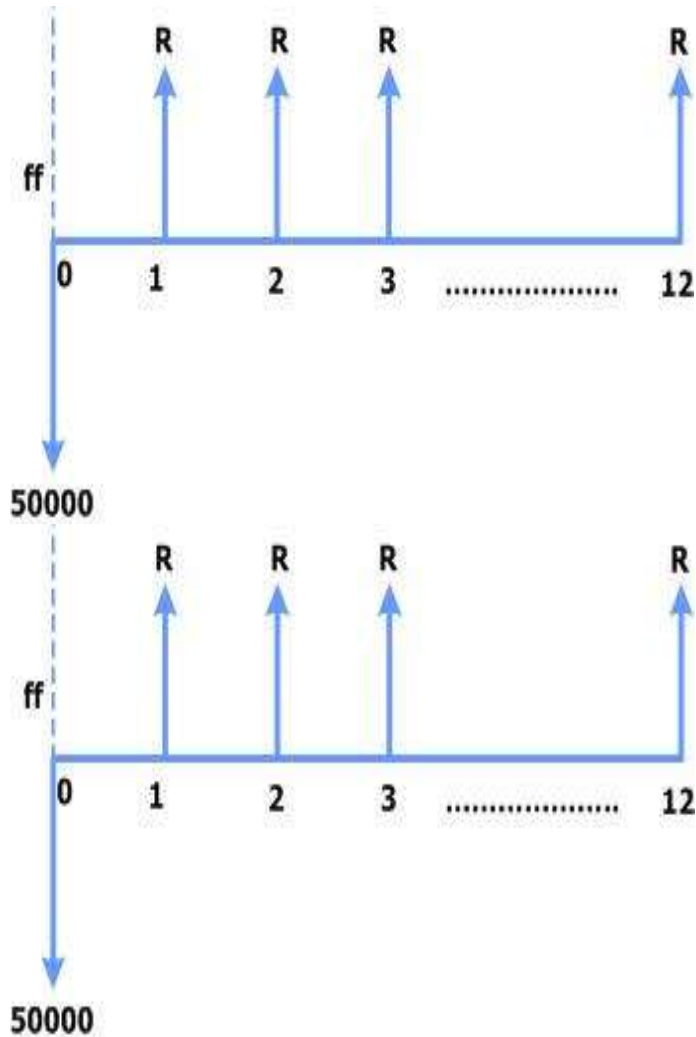
¿Cuál es el valor futuro de una serie de pagos anuales vencidos de \$2,000.00 durante 5 años a una tasa de 18% capitalizables anualmente?

$$VF = Pago \left(\frac{(1+i)^n - 1}{i} \right)$$

$$VF = 2000 \left(\frac{(1+0.18)^5 - 1}{0.18} \right) = \$14,308.42$$

¿Cuál es el valor presente o Capital de esta serie de pagos?

¿Qué son las Anualidades Vencidas?



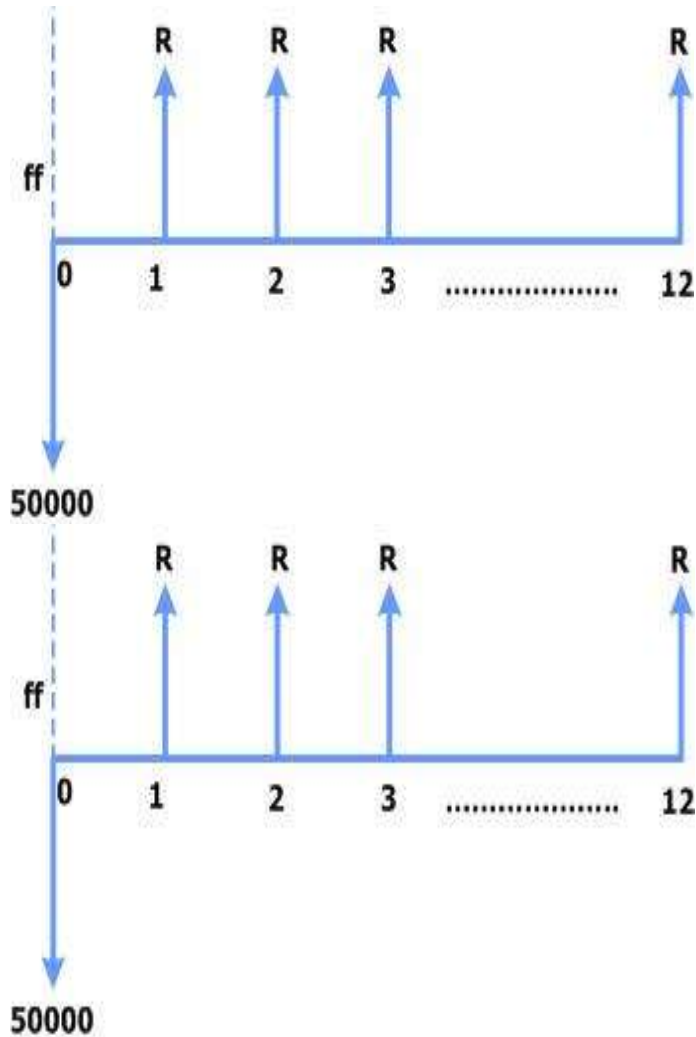
Se hacen pagos mensuales por \$2,000 capitalizables mensualmente en forma vencida durante 2 años a una tasa del 18% ¿Calcular el valor presente?

$$VA = Pago \left(\frac{1 - (1 + i)^{-n}}{i} \right)$$

$$VA = 2,000 \left(\frac{1 - (1 + 0.015)^{-24}}{0.015} \right) = \$40,060.81$$

¿Cuál es el valor Futuro o Monto de esta serie de pagos?

¿Qué son las Anualidades Vencidas?

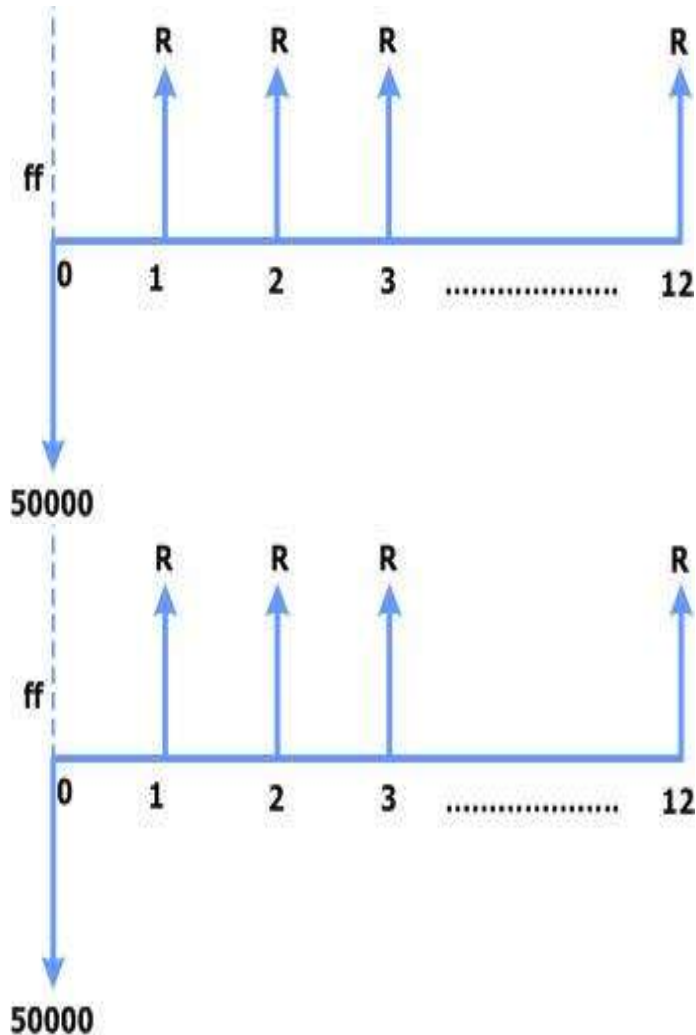


La beneficiaria de un seguro de vida recibirá \$3,100 mensuales durante 10 años, pero prefiere que le den el equivalente total al inicio del plazo. ¿Cuánto le darán si el dinero reeditúa en promedio el 19.35% anual capitalizado por meses?

$$C = \text{Pago} \left(\frac{1 - (1 + i)^{-n}}{i} \right)$$

$$C = 3,100 \left(\frac{1 - (1 + 0.016125)^{-(120)}}{0.016125} \right) = \$164,050.89$$

¿Qué son las Anualidades Vencidas?

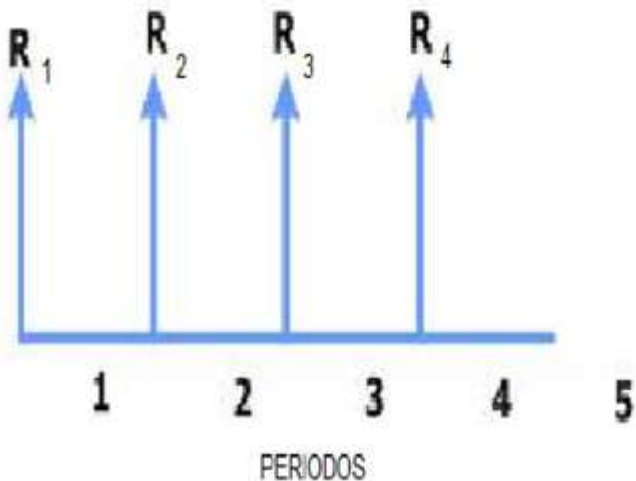
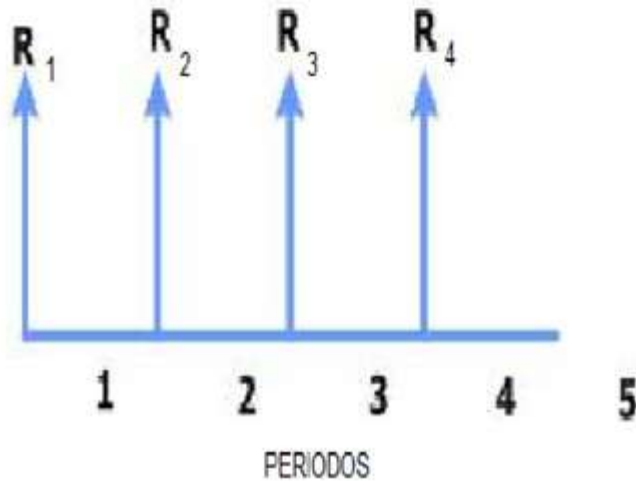


Para el ejercicio anterior suponga que a la beneficiaria del seguro, le entregan en una sola exhibición la renta total, al final de los 10 años ¿Cuánto recibirá?

$$M = \text{Pago} \left(\frac{(1+i)^n - 1}{i} \right)$$

$$M = 3,100 \left(\frac{(1+0.016125)^{(120)} - 1}{0.016125} \right) = \$1,118,497.39$$

¿Qué son las Anualidades Anticipadas?



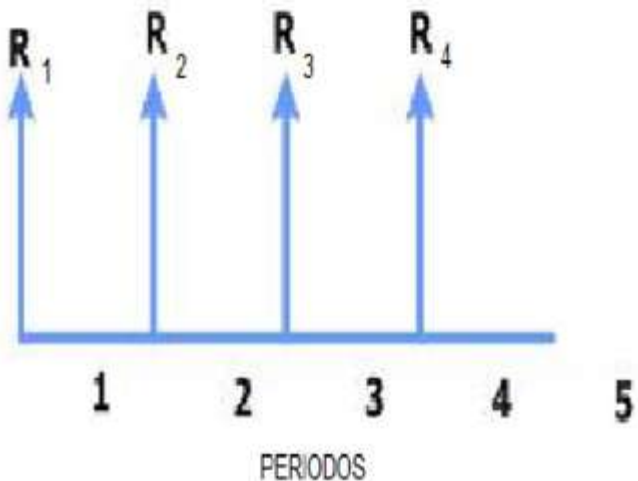
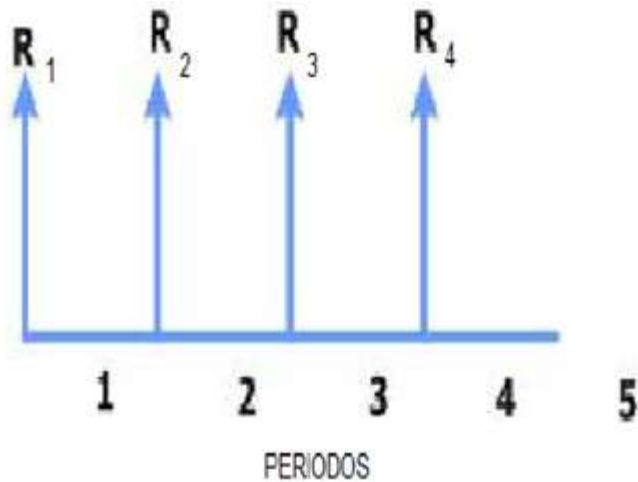
Son aquellas en las que los pagos se hacen al principio del periodo, por ejemplo el pago mensual de la renta de una casa, ya que primero se paga y luego se habita en el inmueble.

El valor presente C y valor futuro M de una anualidad anticipada están dadas por:

$$VF = Pago \left(\frac{[(1+i)^{(n+1)} - 1]}{i} - 1 \right)$$

$$VA = Pago \left(\frac{1 - (1+i)^{-n}}{i} \right) (1+i)$$

¿Qué son las Anualidades Anticipadas?



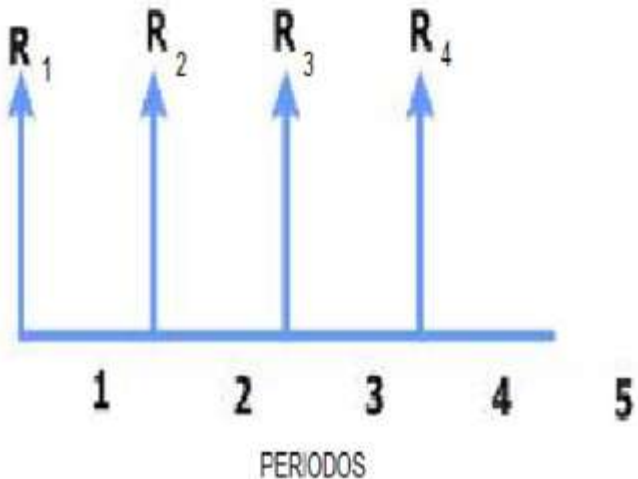
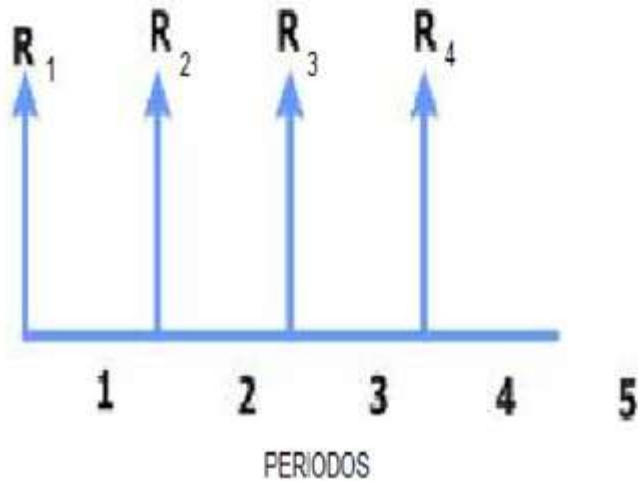
Se depositan en una cuenta de inversión \$2,000.00 anuales al principio de cada periodo durante 5 años, a una tasa del 18%, con capitalización anual. Calcular el valor final o monto.

$$VF = Pago \left(\frac{[(1+i)^{(n+1)} - 1]}{i} - 1 \right)$$

$$VF = 2,000 \left(\frac{[(1+0.18)^{(5+1)} - 1]}{0.18} - 1 \right) = \$16,883.94$$

¿Cuál es el valor presente o Capital de esta serie de pagos?

¿Qué son las Anualidades Anticipadas?



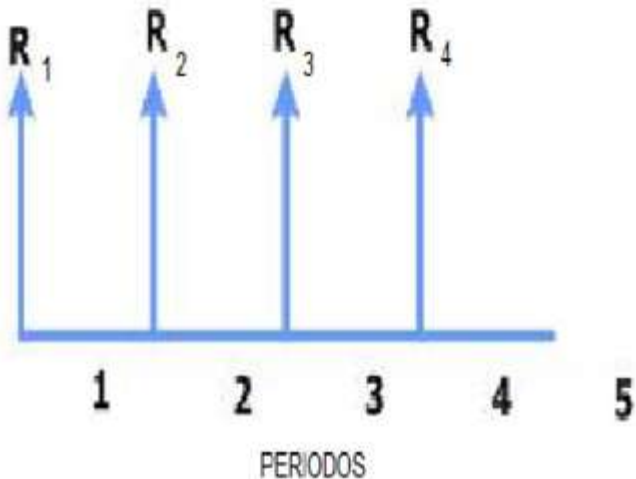
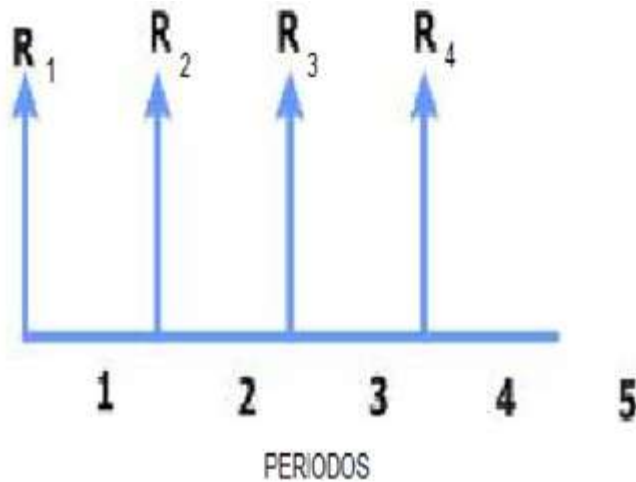
Se desea conocer cuál es el valor presente, si se realizan pagos anticipados de \$1,000 mensuales durante 5 años a una tasa del 18% capitalizable mensualmente.

$$VA = Pago \left(\frac{1 - (1 + i)^{-n}}{i} \right) (1 + i)$$

$$VA = 1,000 \left(\frac{1 - (1 + 0.015)^{-60}}{0.015} \right) (1 + 0.015)$$

$$VA = 39,970.97$$

¿Qué son las Anualidades Anticipadas?

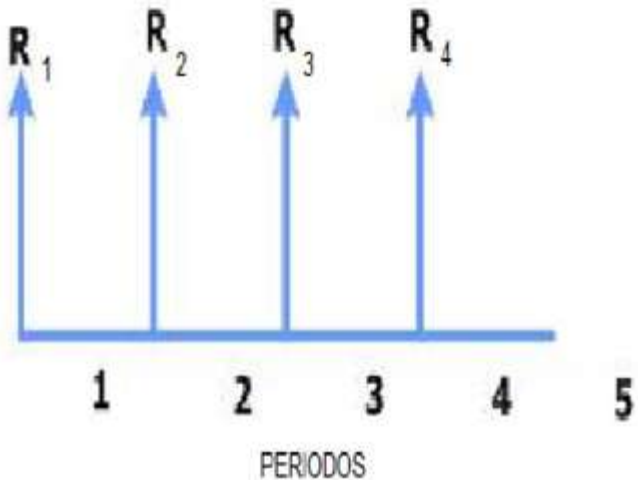
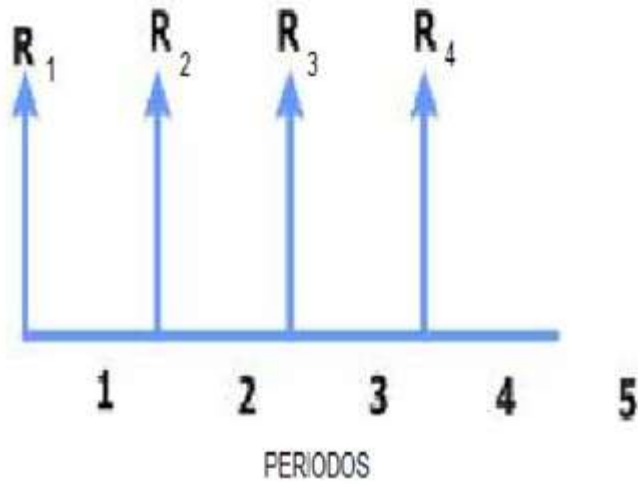


Una persona arrenda una casa en \$50,000 pagaderos por mes anticipado. Si tan pronto como recibe el arrendo lo invierte en un fondo que le paga el 24% capitalizable mensualmente. ¿Cuál será el monto de sus ahorros al final del año?

$$M = \text{Pago} \left(\frac{[(1+i)^{(n+1)} - 1]}{i} - 1 \right)$$

$$M = 50,000 \left(\frac{[(1+0.02)^{(120+1)} - 1]}{0.02} - 1 \right) = \$684,016.58$$

¿Qué son las Anualidades Anticipadas?



Para el ejercicio anterior, supóngase que se recibe al inicio y en una exhibición la renta total de un año y se invierte. ¿Cuál será el monto de sus ahorros al final del año?

$$C = \text{Pago} \left(\frac{1 - (1 + i)^{-n}}{i} \right) (1 + i)$$

$$C = 50,000 \left(\frac{1 - (1 + 0.02)^{-12}}{0.02} \right) (1 + 0.02) = \$539,342.40$$

¿Qué es una amortización?

Es la cantidad que se aplica al capital con el fin de saldar una deuda.

Métodos para Amortización de Deuda

1. Anualidades iguales (Pagos iguales)
2. Amortizaciones Iguales a Capital (Pagos Decrecientes o Tradicional Bancario)
3. Pago de Intereses Periódicos y Amortizaciones de capital a Vencimiento (Tradicional bursátil, Bonos, Obligaciones)
4. Amortizaciones Capitalizables (Pagos Crecientes o Aficorado)



¿Qué es una amortización Pagos Iguales?

Anualidades Iguales (Pagos Iguales)

Todos los pagos son iguales. La amortización a capital va creciendo y los intereses van disminuyendo.

Ejemplo: Se otorga un crédito por \$1,000 a pagar en 5 años, realizando pagos anuales, a una tasa del 36%, con capitalización anual. ¿Cuál es el importe del pago?

$$PAGO = \frac{1000}{\left[\frac{1 - (1 + 0.36)^{-5}}{0.36} \right]} = 458.56$$



¿Qué es una amortización Pagos Iguales?

Tabla de amortización de Pagos Iguales

	CAPITAL	i	INTERES	CAP + INT	PAGO	SALDO	AMORTIZACIÓN
1	1,000.00	0.36	360.00	1,360.00	458.56	901.44	98.56
2	901.44	0.36	324.52	1,225.96	458.56	767.40	134.04
3	767.40	0.36	276.26	1,043.66	458.56	585.10	182.30
4	585.10	0.36	210.64	795.74	458.56	337.18	247.92
5	337.18	0.36	121.38	458.56	458.56	0.00	337.18

Bibliografía

1. Villalobos José Luis, "Matemáticas Financieras" 2a Edición 2001 por Prentice Hall.
2. Alfredo Díaz Mata, Víctor Manuel Aguilera Gómez "Matemáticas Financieras", Tercera edición 1999 por Mc Graw Hill Interamericana.

ANUALIDADES



Alejandro Vera Trejo